Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iaşi
Facultatea de Automatică şi Calculatoare

D

Admitere – sesiunea iulie 2017
Domeniile: Calculatoare şi tehnologia informaţiei
Ingineria sistemelor

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Inversa matricei

$$A = \begin{pmatrix} \widehat{1} & \widehat{1} & \widehat{0} \\ \widehat{1} & \widehat{1} & \widehat{1} \\ \widehat{0} & \widehat{1} & \widehat{1} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_2)$$

este:

(a) $\begin{pmatrix} \widehat{0} & \widehat{1} & \widehat{1} \\ \widehat{1} & \widehat{1} & \widehat{1} \\ \widehat{1} & \widehat{1} & \widehat{0} \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} \widehat{0} & \widehat{0} & \widehat{1} \\ \widehat{0} & \widehat{0} & \widehat{0} \\ \widehat{1} & \widehat{0} & \widehat{0} \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} \widehat{0} & \widehat{0} & \widehat{1} \\ \widehat{0} & \widehat{1} & \widehat{0} \\ \widehat{1} & \widehat{0} & \widehat{0} \end{pmatrix}$; (d) $\begin{pmatrix} \widehat{0} & \widehat{1} & \widehat{1} \\ \widehat{0} & \widehat{1} & \widehat{0} \\ \widehat{1} & \widehat{1} & \widehat{0} \end{pmatrix}$.

2. Se consideră funcţia:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{x^2 + xe^{nx}}{1 + e^{nx}}.$$

Să se precizeze care din următoarele afirmaţii este adevărată:

(a) f este continuă şi derivabilă pe $\mathbb{R}$; (b) f este monoton crescătoare şi continuă pe $\mathbb{R}$;
(c) f este continuă pe $\mathbb{R}$; (d) f este continuă şi injectivă pe $\mathbb{R}$.

3. Pentru $u \in \mathbb{R}$, se notează cu $[u]$ partea sa întreagă. Mulţimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\left[\dfrac{3x+1}{5}\right]$, $2x+1$, $4x+1$ sunt în progresie aritmetică (în această ordine) este:

(a) $\left(\dfrac{4}{3}, 3\right)$; (b) $\left[\dfrac{4}{3}, 3\right]$; (c) $\left[\dfrac{3}{4}, 3\right)$; (d) $\left[\dfrac{4}{3}, 3\right)$.

4. Fie sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + mz = 0. \end{cases}$$

Produsul tuturor acelor $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul considerat este compatibil nedeterminat are valoarea:

(a) 1; (b) -1; (c) 2; (d) 0.

5. Fie numărul complex $z = 1 + i$. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$, notăm

$$a_n = \mathrm{Re}(z^n), \quad b_n = \mathrm{Im}(z^n).$$

Atunci raportul $\dfrac{a_{2017}}{b_{2015}}$ are valoarea:

(a) -2; (b) 0; (c) 1; (d) 2.

6. Se consideră funcţia $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = |\sin x|$. Aria suprafeţei plane situate între graficul funcţiei f şi dreapta de ecuaţie $y = 1$ are valoarea:
(a) $\pi - 1$; (b) $\pi - 2$; (c) π; (d) $\pi + 1$.

7. Se consideră funcţia derivabilă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ şi o altă funcţie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dată prin relaţia:

$$g(x) = \left(x^3 - 4x^2 + 5x - 2\right) \cdot f(x) + x^2 - 1.$$

Valoarea lui $g'(1)$ este:
(a) 2; (b) 4; (c) 0; (d) 1.

8. Mulţimea M a tuturor soluţiilor inecuaţiei

$$3^{(\log_3 x)^3} \leq x$$

este:
(a) $M = \left(0, \frac{1}{3}\right] \cup [1, 3]$; (b) $M = (1, 3)$; (c) $M = \emptyset$; (d) $M = \left[\frac{1}{3}, 1\right) \cup [3, +\infty)$.

9. Toate valorile parametrului real m pentru care ecuaţia

$$(m-1)x^2 - (m+1)x + m + 1 = 0$$

are rădăcină dublă sunt:
(a) $\left\{1, \frac{5}{3}\right\}$; (b) $\left(1, \frac{5}{3}\right)$; (c) $\left\{-1, \frac{5}{3}\right\}$; (d) $(1, \infty)$.

10. Care dintre afirmaţiile de mai jos este adevărată pentru funcţia $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$?
(a) Pentru $x < e\sqrt{e}$, funcţia f este convexă şi, pentru $x > e\sqrt{e}$, funcţia f este concavă;
(b) Pentru $x < e$, funcţia f este convexă şi, pentru $x > e$, funcţia f este concavă;
(c) Pentru $x > e$, funcţia f este convexă şi, pentru $x < e$, funcţia f este concavă;
(d) Pentru $x > e\sqrt{e}$, funcţia f este convexă şi, pentru $x < e\sqrt{e}$, funcţia f este concavă.

11. Fie $\mathcal{C}$ cercul cu centrul în punctul $(1; 1)$, tangent la axele de coordonate. Distanţa maximă faţă de origine a unui punct de pe cercul $\mathcal{C}$ are valoarea:
(a) $\sqrt{2} - 1$; (b) $\sqrt{3}$; (c) $\sqrt{5}$; (d) $\sqrt{2} + 1$.

12. Se consideră punctele $P_n(n; n2^n - 2)$. Numărul $n \in \mathbb{N}$ pentru care aria triunghiului $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ are valoarea 12 este:
(a) 1; (b) nu există; (c) 2; (d) 4.

13. Funcţia

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq 0 \\ -x^2 + x, & x < 0 \end{cases}$$

este:
(a) nici injectivă, nici surjectivă; (b) bijectivă;
(c) surjectivă şi neinjectivă; (d) injectivă şi nesurjectivă.

14. Fie $a, b > 0$ astfel încât $a^2 + a = b$. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei

$$a^x + a^{x+1} + a^{x+2} = b^x + b^{x+1}$$

este:
(a) 1; (b) 0; (c) 3; (d) 2.

15. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2017} + ... + \frac{(-1)^n}{2017^n}\right)$$

este:
(a) $\frac{2018}{2017}$; (b) 2017; (c) $\frac{2017}{2018}$; (d) $\frac{2016}{2018}$.

16. Suma rădăcinilor polinomului

$$f = x^{2017} + (x-2)^{2017}$$

este:
(a) -2017; (b) 2017; (c) -2016; (d) 4034.

17. Domeniul maxim de definiţie al funcţiei $f(x) = \ln(\arcsin x)$ este:
(a) $(0, 1]$; (b) $[0, 1]$; (c) $[-1, 1]$; (d) $(0, \infty)$.

18. Probabilitatea ca, alegând o funcţie $f : \{1, 2, 3, 4\} \to \{1, 2, 3, 4\}$, aceasta să fie injectivă, este:
(a) $\frac{1}{2}$; (b) $\frac{1}{16}$; (c) $\frac{3}{32}$; (d) $\frac{1}{4^4}$.

19. Valoarea limitei

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\displaystyle\int_{2017}^{x} \sin\frac{1}{t}\, dt}{\ln x}$$

este:
(a) 2017; (b) 1; (c) 0; (d) $\frac{1}{2}$.

20. Valoarea limitei

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(2x) + ... + \operatorname{arctg}(2017x)}{\ln(1+x) + \ln(1+2x) + ... + \ln(1+2018x)}$$

este:
(a) $\frac{2018}{2019}$; (b) $\frac{2017}{2018}$; (c) 0; (d) $\frac{2017}{2019}$.

21. Valoarea integralei

$$\int_{\sqrt{3}}^{3} \frac{9}{x^4 + 9x^2}\, dx$$

este:
(a) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \ln\frac{3}{2}$; (b) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{12}$; (c) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{36}$; (d) $\frac{6\sqrt{3}-2}{27} - \frac{\pi}{36}$.

22. În triunghiul ABC au loc relaţiile: $m(\measuredangle B) = 2m(\measuredangle A)$ şi $AC = \sqrt{3}BC$. Atunci:
(a) $m(\measuredangle A) = 45°$; (b) $m(\measuredangle A) = 30°$; (c) $m(\measuredangle A) = 120°$; (d) $m(\measuredangle A) = 60°$.

23. Soluţia reală a ecuaţiei

$$3x + 6 + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2} = 0$$

aparţine mulţimii:
(a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; (b) $\mathbb{N}$; (c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; (d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

24. Fie triunghiul ABC, unde $B(-2; 0)$, $C(6; 0)$, iar A este situat deasupra axei Ox. Mediana AM a triunghiului are lungimea 4 şi face un unghi de $60°$ cu latura BC $(m(\measuredangle BMA) = 60°)$. Coordonatele punctului A sunt:
(a) $(0; 2\sqrt{3})$; (b) $(4; 0)$; (c) $(0; 4\sqrt{3})$; (d) $(2; 4)$.

25. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este un parametru real. Dacă rangul matricei este 2, atunci suma elementelor matricei A are valoarea:
(a) -3; (b) 3; (c) 9; (d) 15.

26. Se consideră grupul comutativ $(\mathbb{R} \setminus \{2017\}, *)$, unde $*$ este legea de compoziţie:

$$x * y = (x - 2017)(y - 2017) + 2017.$$

Atunci simetricul elementului 2016 în grupul considerat este:
(a) -2016; (b) 2016; (c) $\dfrac{1}{2016}$; (d) 2018.

27. Se consideră funcţia

$$f(x) = \ln\left(x^2 - 2x\cos\alpha + 1\right)$$

pe domeniul maxim de definiţie. Toate valorile parametrului $\alpha \in [0, 2\pi]$ pentru care panta tangentei în punctul de abscisă $x = 0$ are valoarea 1 sunt:
(a) $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right\}$; (b) $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}\right\}$; (c) $\left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}\right\}$; (d) $\left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right\}$.

28. Se consideră punctele $A(4; 7)$, $B(2; 4)$, $C(5; 3)$. Dreapta care trece prin punctul A şi este perpendiculară pe BC are ecuaţia:
(a) $3x - y - 5 = 0$; (b) $3x + 5y - 1 = 0$; (c) $x + 7y - 2 = 0$; (d) $3x + 5y - 18 = 0$.

29. Valoarea parametrului $m \geq 0$ astfel încât ecuaţiile $\sin^4 x + \cos^4 x = m$ şi $\sin^6 x + \cos^6 x = m$ să aibă în $\mathbb{R}$ aceleaşi soluţii este:
(a) $m = 1$; (b) $m = \dfrac{1}{2}$; (c) $m = 0$; (d) $m = 2$.

30. Suma parametrilor reali a, b pentru care funcţia

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt[3]{ax^3 + bx^2}$$

admite ca asimptotă oblică la $+\infty$ dreapta $y = x + \dfrac{1}{3}$ este:
(a) 2; (b) 3; (c) 0; (d) 1.